LOGIKA TEMPORALNO-EPISTEMICZNA MINIMALNEJ WIEDZY AGENTA

DARIUSZ SUROWIK

Streszczenie. W referacie rozważony zostanie system temporalnej logiki epistemicznej minimalnej wiedzy agenta. Omówione będą również podstawowe metatwierdzenia dla systemu oraz przedyskutowane zostaną jego niektóre własności.

Kiedy konstruuje się logikę, która służyć ma do opisu procesów rozumowań, należy rozstrzygnąć dwie kwestie. Pierwszą kwestią, jest wybór ontologii temporalnej, która będzie najlepsza do realizacji założonego celu. Druga kwestia, to określenie co rozumiane jest jako stan w procesie rozumowania. Procesem rozumowania jest u nas sytuacja, w której agent dysponując na początku kilkoma faktami (dopuszczona jest sytuacja, kiedy wiedza agenta jest zerowa, czyli zbiór faktów początkowych jest zbiorem pustym), wyprowadza konsekwencje z faktów początkowych stosując przyjęte reguły wnioskowania. Agent osiąga w ten sposób kolejny stan wiedzy. Następnie, mając wzbogacony zbiór faktów, sytuacja się powtarza. Agent wyprowadza konsekwencje z wzbogaconego zbioru faktów osiągając kolejny stan wiedzy itd. Takie podejście sugeruje przyjęcie ontologii dyskretnej, w której istnieje punkt początkowy. Modelem dla takiej ontologii mogą być np. liczby naturalne.

Do formalizacji pojęcia *stanu informacji* zastosowana jest w tej logice semantyka typu Kripkego. Językiem, za pomocą którego agent może opisywać swoją wiedzę jest język logiki zdaniowej. Modalny operator **K** jest używany do denotacji wiedzy agenta. Agent może dokonywać (pozytywnej bądź negatywnej) introspekcji, co sugeruje, że do opisu wiedzy może być użyty język logiki **S5**.

Ponieważ nasza logika temporalno-epistemiczna ma służyć do opisu wiedzy agenta zmieniającej się w czasie, język logiki **S5** należy wzbogacić o operatory służące do formalizacji wyrażeń zawierających komponent czasowy. W tym celu wprowadzimy do języka dodatkowe operatory specyficzne, tzw. operatory temporalne. Operatory te są następujące:

- P - kiedyś w przeszłości
- F - kiedyś w przyszłości
- H - zawsze w przeszłości
- G - zawsze w przyszłości
- $\Box$ - zawsze

W naszej logice temporalno-epistemicznej konstrukcja języka jest taka, że da się opisać w tym języku przeszłą oraz przyszłą wiedzę agenta. Nie można natomiast zapisać poprawnie w tym języku formuły, w której wypowiadalibyśmy się na temat wiedzy agenta o przyszłości, czy też o przeszłości. W wyrażeniu poprawnie zbudowanym tego języka żaden operator temporalny nigdy nie może wystąpić w zasięgu operatora epistemicznego K. Możemy zatem konstruować wyrażenia typu:

agent wiedział, że..., agent będzie wiedział, że...., itp. Nie możemy natomiast konstruować wyrażeń w stylu *agent wie, że w przyszłości będzie..., agent wiedział, że w przeszłości było...* itp.

1. Logika TEL

Definicja 1.1 (Definicja języka)**.** Język L_{TEL} jest najmnejszym zbiorem domkniętym na następujące reguły:

- Jeżeli $\varphi \in L_{S5}$, to $\varphi \in L_{TEL}$
- Jeżeli $\varphi, \psi \in L_{TEL}$, to $\varphi \wedge \psi, \sim \varphi, P\varphi, F\varphi \in L_{TEL}$

Oprócz skrótów dla $\vee, \rightarrow, \top$ oraz $\perp$, wprowadzamy następujące związki definicyjne:

- $G\varphi \quad \equiv \sim F \sim \varphi$
- $H\varphi \quad \equiv \sim P \sim \varphi$
- $\Box\varphi \quad \equiv H\varphi \wedge \varphi \wedge G\varphi$

Definicja 1.2 (Semantyka TEL)**.** Model logiki temporalno-epistemicznej (TEL) jest funkcją $M : \mathbb{N} \rightarrow ES$. Prawdziwość formuły $\varphi \in \mathfrak{L}_{TEL}$ w modelu $\mathfrak{M}$ w momencie $t \in \mathbb{N}$, oznaczana $\mathfrak{M}, t \models \varphi$ jest definiowana indukcyjnie w sposób następujący:

1. $\mathfrak{M}, t \models \varphi \qquad \equiv \mathfrak{M}(t) \models_{S5} \varphi$, jeżeli $\varphi \in \mathfrak{L}_{S5}$
2. $\mathfrak{M}, t \models (\varphi \wedge \psi) \quad \equiv \mathfrak{M}, t \models \varphi$ oraz $\mathfrak{M}, t \models \psi$
3. $\mathfrak{M}, t \models \sim \varphi \qquad \equiv$ nie jest prawdą, że $M, t \models \varphi$
4. $\mathfrak{M}, t \models P\varphi \qquad \equiv$ istnieje $s \in N$, takie, że $s < t$ i $\mathfrak{M}, t \models \varphi$
5. $\mathfrak{M}, t \models F\varphi \qquad \equiv$ istnieje $s \in N$, takie, że $s > t$ i $\mathfrak{M}, t \models \varphi$

Formuła φ jest prawdziwa w modelu, co zapisujemy jako $\mathfrak{M} \models \varphi$, jeżeli dla każdego $t \in \mathbb{N}$, $\mathfrak{M}, t \models \varphi$. Jeżeli φ jest prawdziwe we wszystkich modelach, to mówiwy, że φ jest po prostu prawdziwe i piszemy $\models \varphi$. Jeżeli dla każdego modelu $\mathfrak{M}$ oraz dla każdego $t \in N$, $\quad \mathfrak{M}, t \models \psi$ implikuje $\mathfrak{M}, t \models \varphi$, to mówimy, że φ jest semantyczną konsekwencją ψ. Fakt ten zapisujemy następująco: $\psi \models \varphi$.

Definicja 1.3 (Aksjomatyka logiki temporalnej liczb naturalnych)**.** System aksjomatów dla logiki temporalnej liczb naturalnych jest następujący:

1. Wszystkie tautologie klasycznej logiki zdaniowej
2. $G(\varphi \rightarrow \psi) \rightarrow (G\varphi \rightarrow G\psi)$
3. $H(\varphi \rightarrow \psi) \rightarrow (H\varphi \rightarrow H\psi)$
4. $\varphi \rightarrow HF\varphi$
5. $\varphi \rightarrow GP\varphi$
6. $H\varphi \rightarrow HH\varphi$
7. $G\varphi \rightarrow GG\varphi$
8. $F(\top)$
9. $G(G\varphi \rightarrow \varphi) \rightarrow (FG\varphi \rightarrow G\varphi)$
10. $H(H\varphi \rightarrow \varphi) \rightarrow H\varphi$

Reguły:

(1) $\dfrac{\varphi, \varphi \rightarrow \psi}{\psi}$

(2) $\dfrac{\varphi}{G\varphi} \qquad\qquad \dfrac{\varphi}{H\varphi}$

Definicja 1.4 (Aksjomatyka TEL)**.** Zbiór aksjomatów TEL składa się z:

(1) Aksjomatów logiki temporalnej dla liczb naturalnych
(2) Reguł wnioskowania logiki temporalnej dla liczb naturalnych
(3) Dla każdej formuły $\varphi \in \mathfrak{L}_{S5}$, jeżeli $\vdash_{S5} \varphi$, to $\vdash_{TEL} \varphi$

Twierdzenie 1.1 (Niesprzeczność TEL)**.** *System aksjomatów TEL jest niesprzeczny.*

Twierdzenie 1.2 (Pełność TEL)**.** *System aksjomatów TEL jest pełny.*

Twierdzenie 1.3 (Rozstrzygalność TEL)**.** *Logika TEL jest rozstrzygalna.*

Dariusz Surowik
Katedra Logiki, Informatyki i Filozofii Nauki
Uniwersytet w Białymstoku
E-mail address: surowik@uwb.edu.pl